

单元素养测评卷(一)

第四章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 $\log_3(\log_2 x) = 0$, 那么 $x =$ ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1}, & x < 2, \\ \log_3(x^2 - 1), & x \geq 2, \end{cases}$ 则 $f[f(2)] =$ ()

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

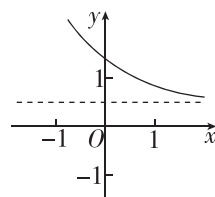
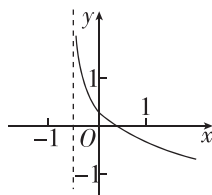
3. 下列函数中,既是幂函数又在 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ()

- A. $y = 2x$ B. $y = -x^3$
C. $y = 2^x$ D. $y = \frac{1}{x}$

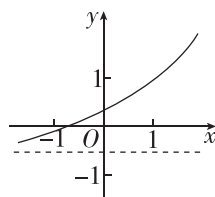
4. [2025 · 广东梅州高一期末] 函数 $f(x) = \frac{\ln(2-x)}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域为 ()

- A. $(-1, 2]$ B. $(-1, 2)$
C. $[-1, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

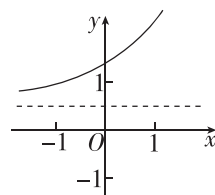
5. [2025 · 湖南岳阳高一期末] 如图是函数 $f(x) = \log_a(x-b)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1, b \in \mathbf{R}$) 的大致图象,则函数 $g(x) = a^{-x} - b$ 的大致图象是 ()



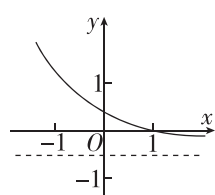
A



B



C



D

6. 溶液的酸碱度是用来衡量溶液酸碱性强弱程度的一个指标,在化学中,常用 pH 值来表示溶液的酸碱度. pH 值的计算公式为 $\text{pH} = -\lg[\text{H}^+]$,其中 $[\text{H}^+]$ 表示溶液中氢离子的浓度,单位是摩尔/升.甲同学在某水域中

取出一定的水溶液,经测定其中氢离子的浓度 $[\text{H}^+] \approx \frac{1}{3} \times 10^{-7}$ 摩尔/

升,则该水域中的水溶液的 pH 值约为(参考数据: $\lg 2 \approx 0.30, \lg 3 \approx 0.48$) ()

- A. 6.52 B. 6.7
C. 7.3 D. 7.48

7. 已知函数 $f(x) = \log_2 x + 3, x \in [1, 4]$, 则函数 $g(x) = f(x^2) - [f(x)]^2$ 的最小值为 ()

- A. -11 B. -18
C. -38 D. -6

8. 已知 x_1 是方程 $x \cdot 3^x = 4$ 的根, x_2 是方程 $x \cdot \log_3 x = 4$ 的根, 则 $x_1 x_2 =$ ()

- A. 16 B. 8
C. 6 D. 4

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 下列各选项中值为 1 的是 ()

- A. $\log_2 6 \cdot \log_6 2$
B. $\log_6 2 + \log_6 4$
C. $(2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \times (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$
D. $(2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} - (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$

10. [2025 · 江苏苏州高一期末] 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + 2y = 4$, 则 ()

- A. $\ln x + \ln y \leq \ln 2$ B. $2^x + 4^y < 8$
C. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq \frac{9}{4}$ D. $e^{x^2} \geq e^{8-4y^2}$

11. 已知函数 $f(x) = |2^x - 1|$, 且 $f(a) = m, f(b) = n (a < b)$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $m = n$, 则 $2^a + 2^b = 2$
B. 若 $m = n$, 则 $a + b < 0$
C. 若 $m > n$, 则 $b > 1$
D. 若 $m > n$, 则 $b < 1$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 若 $f(x)$ 为偶函数, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2x + \log_2(x+3)$, 则 $f(-1) =$ _____.

13. [2025 · 陕西西安高一期末] 若函数 $f(x) = \lg(x^2 - 2ax)$ 在 $(1, 2)$ 上单调递增, 则实数 a 的最大值为 _____.

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 0, \\ -x^2, & x \geq 0, \end{cases}$ 若 $f[f(a)] \leq 2$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)(1) 计算: $0.064^{\frac{1}{3}} - \left(-\frac{4}{5}\right)^0 + \sqrt[4]{(2-\pi)^4} + \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-\frac{2}{3}}$;

(2) 计算: $(\log_2 3 + \log_3 3)(\log_3 4 + \log_9 2) + \log_3 \sqrt[3]{81} - 3^{-1 + \log_3 5}$.

16. (15 分)据观测统计,某湿地公园内某种珍稀鸟类的现有只数为 1000,并以平均每年 8%的速度增加.
- (1)求两年后这种珍稀鸟类的大约只数;
- (2)写出 y (这种珍稀鸟类的只数)关于 x (经过的年数)的函数关系式;
- (3)经过多少年以后,这种鸟类的只数达到现有只数的 3 倍及以上?
- (结果为整数,参考数据: $\lg 2 \approx 0.301\ 0, \lg 3 \approx 0.477\ 1$)

17. (15 分)已知函数 $f(x) = \frac{e^{2x} + a}{e^x}$ 是奇函数, $g(x) = \log_2(2^x + 1) - bx$ 是偶函数.
- (1)求 $a - b$;
- (2)若对任意的 $t \in [-1, 2]$, 不等式 $f(t^2 - 2t - 1) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

18. (17 分)已知函数 $f(x) = \log_a(4 - ax)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).
- (1)求函数 $f(x)$ 的定义域.
- (2)是否存在实数 a , 使函数 $f(x)$ 在区间 $\left[1, \frac{3}{2}\right]$ 上单调递减且最大值为 1? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

19. (17 分)[2025 · 湖南常德一中高一期末] 若对于定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足: $\forall m, n \in \mathbf{R}, f(m + n) \leq f(m) + f(n)$, 则称 $f(x)$ 具有性质 A. 若对于定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $g(x)$ 满足: $\forall m, n \in \mathbf{R}, \ln[g(m + n)] \leq \ln[g(m)] + \ln[g(n)]$, 则称 $g(x)$ 具有性质 B.
- (1)探究函数 $f(x) = 3x^2$ 是否具有性质 A.
- (2)证明: 函数 $g(x) = 3^x + 1$ 具有性质 B.
- (3)判断值域为 $[2, +\infty)$ 且具有性质 A 的函数 $f(x)$ 是否具有性质 B? 若具有, 给出证明; 若不具有, 请说明理由.